

ROZDZIAŁ XIV.

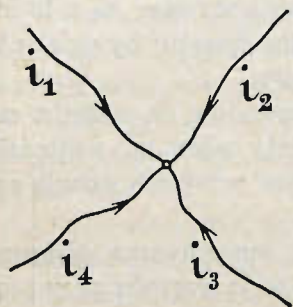
Prawa Kirchhoffa dla prądów zmiennych.

W rozdziale XI były podane wzory ogólne praw Kirchhoffa, dotyczące wszelkich prądów, mających niezmienną wartość na całej długości przewodników bez rozgałęzień.

Wzory rzeczzone stosują się do wartości chwilowych prądów i sił elektromotorycznych, w praktyce jednak mamy zwykle do czynienia z wartościami czynnymi. Należy więc dla prądów zmiennych wyrazić prawa Kirchhoffa z uwzględnieniem czynnych wartości prądów i sił elektromotorycznych.

1. **Prawo pierwsze.** Dla wielkości chwilowych prądów, schodzących się w jednym punkcie, pierwsze prawo Kirchhoffa wyraża się w sposób następujący: suma algebraiczna prądów, w danej chwili schodzących się w jednym punkcie, równa się zero, o ile przyływające prądy wprowadzamy do sumy z pewnym znakiem, a odpływające ze znakiem przeciwnym.

Rozważmy prądy, dopływające do jednego punktu (rys. 124) i zmieniające się według prawa sinusoidy. Przy wykreślaniu sinusoid za kierunki dodatnie przyjmujemy kierunki, wskazane strzałkami na rys. 124. Wszystkie te kierunki zwrócone są do punktu rozgałęzienia. Sinusoidy, wyrażające zmienność omawianych prądów, widzimy na rys. 125.



Rys. 124.

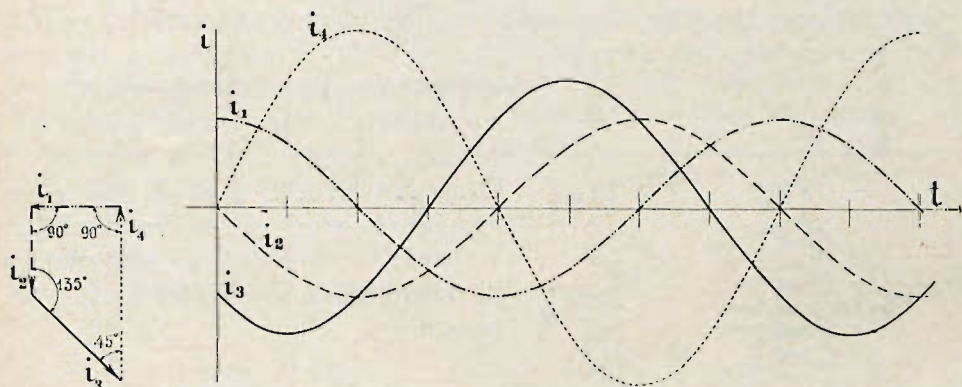
Na zasadzie przytoczonego powyżej prawa suma algebraiczna rzędnych tych sinusoid w każdej chwili jest równa zero. Możemy więc powiedzieć, że suma tych sinusoid stanowi sinusoidę, której rzędne równają się zero.

Według rozdziału XL, chcąc dodać sinusoidy, możemy posługiwać się wektorami, nakreślonymi pod odpowiednimi kątami. Wektor wypadkowy, który otrzymamy, dodając wektory składowe, odpowiada sinusoidzie wypadkowej.

Rzędne sinusoidy wypadkowej, jak to zaznaczyliśmy powyżej, równają się zero, przeto i wektor wypadkowy będzie równy zero. Na rys. 125 z lewej strony widzimy układ wektorów składowych, tworzących wielobok zamknięty.

Za pomocą tych wektorów możemy wyrazić wielkości maksymalne prądów, lub też proporcjonalne do maksymalnych wielkości czynne prądów. Pierwsze

więc prawo Kirchhoffa dla wielkości czynnych prądów wyrażamy w sposób następujący: Suma geometryczna wielkości czynnych prądów, schodzących się w jednym punk-



Rys. 125.

cie, równa się zero, jeżeli przy wykreślaniu sinusoid kierunek dodatni został obrany dla wszystkich sinusoid jednakowy: do punktu lub od punktu zbieżności prądów.

2. Prawo drugie. Dla chwilowych wartości prądów i sił elektromotorycznych drugie prawo Kirchhoffa wyraża się jak następuje: dla każdego obwodu zamkniętego, istniejącego w sieci krzyżujących się przewodników, suma algebraiczna iloczynów z chwilowych sił prądów, w poszczególnych częściach obwodu, i oporów omicznych tych części równa się sumie algebraicznej wszystkich sił elektromotorycznych, działających w danej chwili w tymże obwodzie zamkniętym. Prądy i siły elektromotoryczne, zwrócone w pewnym kierunku, przyjętym przy obiegu wokoło obwodu zamkniętego, otrzymują w równaniu znak dodatni, zwrócone zaś w stronę odwrotną — znak ujemny.

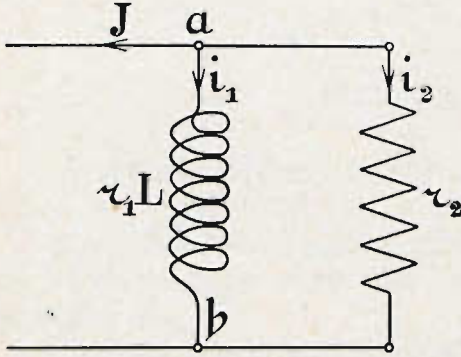
Wyrażając prądy i siły elektromotoryczne zmienne za pomocą sinusoid i dodając te ostatnie zgodnie z treścią przytoczonego powyżej prawa, można znowu wykonać dodawanie wektorów, wyrażając długością tych wektorów wartości czynne.

Zatem dla wartości czynnych prądów zmiennych prawo powyższe wyrażone być może w sposób następujący: dla każdego obwodu zamkniętego, istniejącego w sieci krzyżujących się przewodników, suma geometryczna iloczynów z wartości czynnych sił prądów, w poszczególnych częściach obwodu przez opory omiczne tych części równa się sumie geometrycznej wartości czynnych wszystkich sił elektromotorycznych, działających w tymże obwodzie zamkniętym. Przy wykreślaniu sinusoid dla wszystkich prądów i sił elektromotorycznych powinien być przyjęty jednakowy kierunek dodatni wokoło obwodu.

W dalszym ciągu rozważymy kilka przykładów zastosowania praw Ohma i Kirchhoffa do prądów zmiennych.

3. Przewodnik z samoindukcją, połączony równolegle z oporem omicznym. Opór rozgałęziony (rys. 126) posiada zwojnicę połączoną równolegle z oporem bezindukcyjnym.

Opór omiczny zwojnicy niech będzie r_1 , współczynnik samoindukcji — L , opór omiczny przewodnika bez samoindukcji — r_2 . Na końcówkach a i b istnieje napięcie zmienne, którego wartość czynna wynosi e . Zagadnienie polega na wyznaczeniu prądu J przed rozgałęzieniem. Oznaczmy przez i_1 prąd w oporze indukcyjnym, a przez i_2 w bezindukcyjnym. Wielkość czynną tych prądów znajdziemy na zasadzie wzorów wyprowadzonych poprzednio:



Rys. 126.

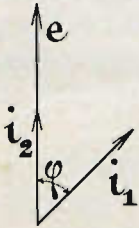
$$i_1 = \frac{e}{\sqrt{r_1^2 + (z \pi L)^2}},$$

$$i_2 = \frac{e}{r_2}.$$

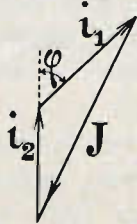
Prąd i_2 jest zgodny, co do fazy, z napięciem e , a prąd i_1 spóźnia się względem e o kąt φ , którego wielkość obliczymy ze wzoru:

$$\tan \varphi = \frac{z \pi L}{r_1}.$$

Układ wektorów e , i_1 , i_2 wskazuje rys. 127. Kierunki dodatnie prądów przy wykreślaniu sinusoid przyjęto wskazane na rys. 126; na zasadzie więc pierwszego prawa Kirchhoffa bok trójkąta, wykreślonego na rys. 128, wyraża wielkość prądu J . Otrzymamy wtedy:



Rys. 127.

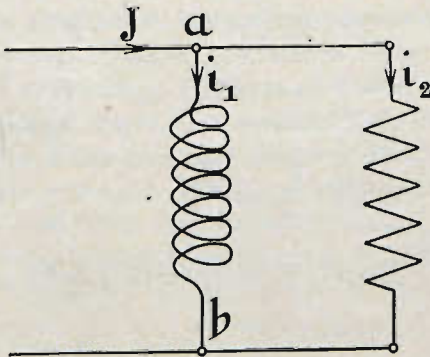


Rys. 128.

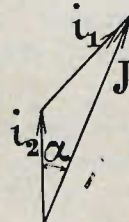
$$J = \sqrt{i_1^2 + i_2^2 + 2 i_1 i_2 \cos \varphi}.$$

Gdybyśmy przyjęli kierunek odwrotny za dodatni dla prądu J (rys. 129), to wektor J w trójkącie miałby kierunek inny, wskazany na rys. 130. Układ wektorów w tym trójkącie oznacza, że prąd J jest sumą geometryczną prądów i_1 i i_2 .

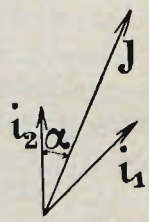
Na rys. 131 wektory i_1 , i_2 , J po-



Rys. 129.



Rys. 130.



Rys. 131.

przewodzone są z jednego punktu. Kąt α , określający fazę prądu J , może być obliczony z powyższego trójkąta na zasadzie wzoru:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{i_1}{J}.$$

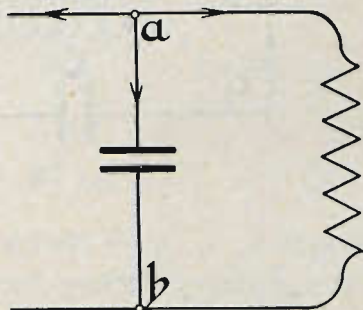
4. Kondensator, połączony równolegle z oporem omicznym (rys. 132)¹⁾. Pojemność kondensatora niech będzie C , wielkość oporu bezindukcyjnego — r , napięcie czynne w punktach ab — e . Określić wielkość prądu przed rozgałęzieniem.

Oznaczmy prąd w kondensatorze przez i_2 , a w oporze bezindukcyjnym przez i_1 .

Na zasadzie wzorów, wyprowadzonych poprzednio, mamy:

$$i_1 = \frac{e}{r}.$$

$$i_2 = \frac{e}{\frac{1}{z \pi C}}.$$



Rys. 132.

Wektory napięcia e i prądów i_1 i i_2 wskazuje rys. 133, wiadomo bowiem, że prąd w oporze bezindukcyjnym zgodny jest, co do fazy, z napięciem, a w kondensatorze wyprzedza napięcie o 90° .

Za kierunki dodatnie prądów przyjmujemy wskazane na rys. 132; wtedy bok trójkąta, przedstawionego na rys. 134, wyraża wielkość czynną prądu J :

$$J = \sqrt{i_1^2 + i_2^2},$$

a więc:

$$J = e \sqrt{\left(\frac{1}{r}\right)^2 + (z \pi C)^2}.$$

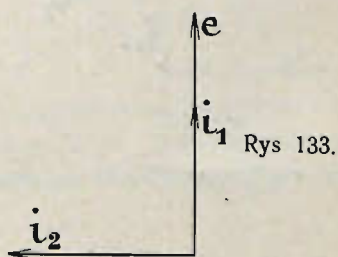
Zamieniając dodatni kierunek prądu J na odwrotny, otrzymamy wektory i_1 , J , i_2 , wskazane na rys. 135. Fazę prądu J określa kąt α , który łatwo obliczyć z trójkąta wskazanego na rys. 134:

$$\tan \alpha = \frac{i_2}{i_1},$$

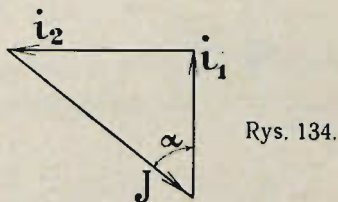
albo:

$$\tan \alpha = r \cdot z \pi C.$$

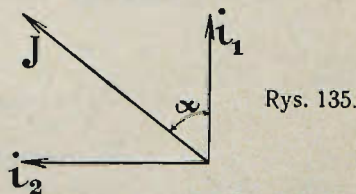
5. Kilka obwodów połączonych równolegle. Rozważmy układ obwodów, wskazany na rys. 136. Opór bezindukcyjny r_1 jest tu połą-



Rys. 133.



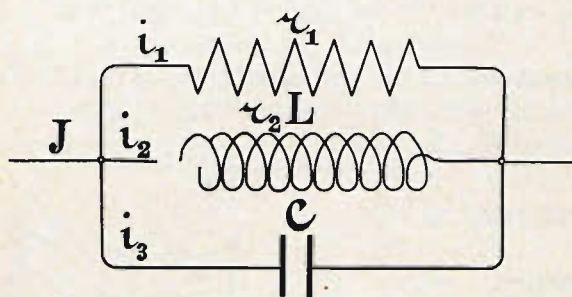
Rys. 134.



Rys. 135.

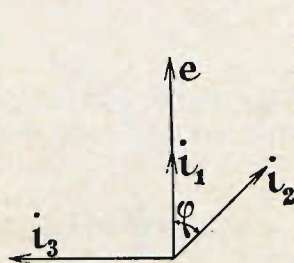
¹⁾ Oporu przewodników, łączących punkty a i b z kondensatorem, nie bierzemy pod uwagę.

czony równolegle z przewodem, mającym opór omiczny r_2 , a współczynnik samoindukcji L , i z kondensatorem o pojemności C .

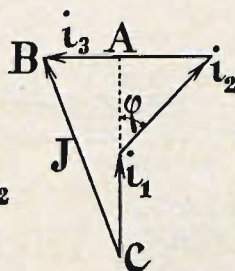


Rys. 136.

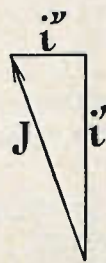
dowych i_1, i_2, i_3 .¹⁾ Na rys. 138 dodane są trzy wektory i_1, i_2 i i_3 , wektor zaś J jest wypadkowy. Rzuty odcinka \overline{BC} , stanowiącego wektor J , na kierunki po-



Rys. 137.



Rys. 138.



Rys. 139.

ziomy i pionowy będą: \overline{BA} i \overline{AC} . Oznaczmy rzut pionowy przez i' , a poziomy przez i'' , wtedy z trójkąta rys. 139:

$$J = \sqrt{(i')^2 + (i'')^2}.$$

W celu wyznaczenia prądu wypadkowego, wprowadzimy odpowiednie ozna-

czenia przewodnictwa, zakładając:

$$\begin{aligned} J &= eK, \\ i' &= eK_1, \\ i'' &= eK_2. \end{aligned}$$

Wtedy:

$$eK = \sqrt{(eK_1)^2 + (eK_2)^2},$$

czyli:

$$K = \sqrt{K_1^2 + K_2^2} \dots \dots \dots (a)$$

Wyrazy dla przewodnictw K_1 i K_2 znajdziemy w sposób następujący:

Porównyując rys. 138 i 139, prąd i' można wyrazić wzorem:

$$i' = i_1 + i_2 \cdot \cos \varphi,$$

albo:

$$i' = \frac{e}{r_1} + \frac{e}{\sqrt{r_2^2 + (2\pi L)^2}} \cdot \cos \varphi.$$

¹⁾ Za dodatni kierunek dla prądów składowych przyjmujemy np. kierunek od punktu rozgałęzienia, a za dodatni dla prądu J — kierunek do punktu rozgałęzienia.

Z rys. 140 widzimy, że:

$$\cos \varphi = \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + (z \pi L)^2}},$$

więc:

$$i' = \frac{e}{r_1} + \frac{e \cdot r_2}{r_2^2 + (z \pi L)^2}.$$

Podobnież:

$$i'' = \frac{e}{\sqrt{r_2^2 + (z \pi L)^2}} \cdot \sin \varphi = \frac{e}{z \pi C}.$$



Rys. 140.

Z rys. 140 widzimy, że:

$$\sin \varphi = \frac{z \pi L}{\sqrt{r_2^2 + (z \pi L)^2}}.$$

Tym sposobem:

$$i'' = \frac{e \cdot z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2} - e \cdot z \pi C.$$

Z tych wyrażeń dla i' i i'' wynika, że:

$$K_1 = \frac{i'}{e} = \frac{1}{r_1} + \frac{z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2},$$

$$K_2 = \frac{i''}{e} = \frac{z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2} - z \pi C.$$

Mając przewodnictwa składowe, łatwo obliczyć przewodnictwo wypadkowe, a znając napięcie — siłę prądu. Faza prądu określi się kątem pomiędzy e i J czyli i' i J . Z trójkąta na rys. 139 widzimy, że, oznaczając kąt pomiędzy e i J przez α , możemy napisać:

$$\text{tang } \alpha = \frac{i''}{i'} = \frac{K_2}{K_1}.$$

Przechodząc od rozważanego przykładu do przypadku, w którym i w obwodzie kondensatora mamy jeszcze opór omiczny r_3 , w podobny sposób otrzymamy

$$K_1 = \frac{1}{r_1} + \frac{r_2}{r_2^2 + (z \pi L)^2} + \frac{r_3}{r_3^2 + \left(\frac{1}{z \pi C}\right)^2},$$

$$K_2 = \frac{z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2} - \frac{\frac{1}{z \pi C}}{r_3^2 + \left(\frac{1}{z \pi C}\right)^2}.$$

Przewodnictwo K_1 nazywamy **roboczym**, a K_2 **jałowym**.¹⁾

Przy większej liczbie oporów bezindukcyjnych, indukcyjnych i kondensatorów

¹⁾ Patrz rozdział XXV § 1 o wyrażeniach mocy prądu zmiennego.

połączonych równolegle, możemy dodawać przewodnictwa robocze i jałowe oddzielnie:

$$K_1 = \sum \frac{1}{r_1} + \sum \frac{r_2}{r_2^2 + (z \pi L)^2} + \sum \frac{r_3}{r_3^2 + \left(\frac{1}{z \pi C}\right)^2}.$$

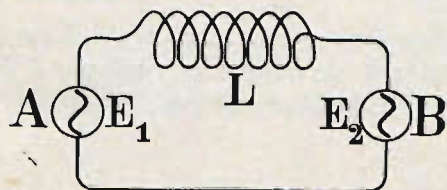
$$K_2 = \sum \frac{z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2} - \sum \frac{\frac{1}{z \pi C}}{r_3^2 + \left(\frac{1}{z \pi C}\right)^2}.$$

Jeszcze inne wzory otrzymamy, jeżeli przewodniki, prowadzące prąd do kondensatorów, mają samoindukcję, i współczynnik samoindukcji jest L' . Wtedy:

$$K_1 = \sum \frac{1}{r_1} + \sum \frac{r_2}{r_2^2 + (z \pi L)^2} + \sum \frac{r_3}{r_3^2 + \left(z \pi L' - \frac{1}{z \pi C}\right)^2}.$$

$$K_2 = \sum \frac{z \pi L}{r_2^2 + (z \pi L)^2} + \sum \frac{z \pi L' - \frac{1}{z \pi C}}{r_3^2 + \left(z \pi L' - \frac{1}{z \pi C}\right)^2}.$$

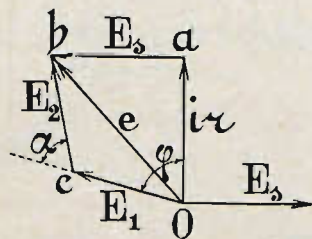
6. Dwa źródła prądu w połączeniu szeregowym z samoindukcją. W obwodzie zamkniętym, o oporze omicznym r , i współczynniku samoindukcji L , znajdują się dwa źródła prądu zmiennego, w których działają siły elektromotoryczne E_1 i E_2 (rys. 141). Znając opór omiczny obwodu,



Rys. 141.

spółczynnik samoindukcji tegoż i siły elektromotoryczne E_1 i E_2 , możemy wyznaczyć siłę prądu w obwodzie.

Siły elektromotoryczne powinny być nam znane co do wielkości i różnicy faz, jaka zachodzi między nimi, a także liczby okresów na sekundę. Zakładamy, że okres zmienności tych sił elektromotorycznych jest jednakowy.



Rys. 142.

Zastosujmy do rozważanego obwodu drugie prawo Kirchhoffa. W obwodzie tym, oprócz sił elektromotorycznych źródeł prądu, czynna jest jeszcze siła elektromotoryczna samoindukcji. Z wywodów w § 2 rozdziału XIII wiemy, że gdy prąd jest zmienny sinusoidalnie, siła elektromotoryczna samoindukcji zmienia się według cosinusoidy, w ten sposób, że gdy:

$$i_t = i \cdot \sin \frac{2 \pi t}{T},$$

to:

$$E_{st} = -i \cdot z \pi L \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T}.$$

Wzór ten wskazuje, że gdy wektor prądu będzie np. pionowy, to wektor siły elektromotorycznej E_s — poziomy, zwrócony w prawo.

Mając to na uwadze i stosując drugie prawo Kirchhoffa, otrzymamy wielobok $Ocba$ (rys 142), który wyraża, że suma geometryczna sił elektromotorycznych, czynnych w zamkniętym obwodzie, równa się iloczynowi ir .

Z trójkąta Obc otrzymujemy:

$$e = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cdot \cos \alpha}.$$

Wszystkie wielkości, znajdujące się pod znakiem pierwiastka, są znane, można więc obliczyć e .

Wielkość E_s otrzymamy ze wzoru:

$$E_{st} = -\bar{i} \cdot z \pi L \cdot \cos \frac{2 \pi t}{T},$$

$$E_s = i \cdot z \pi L.$$

Więc z trójkąta Oab :

$$i = \frac{e}{\sqrt{r^2 + (z \pi L)^2}}.$$

Fazę zaś prądu określimy np. za pomocą kąta $\varphi = \angle (i, E_1)$.

$$\varphi = \angle (i, e) + \angle (e, E_1).$$

$$\text{tang } \angle (i, e) = \frac{z \pi L}{r},$$

$$\text{a} \quad \sin \angle (e, E_1) = \frac{E_2}{e} \cdot \sin \alpha.$$

Można też wyznaczyć siłę prądu i sposobem wykreślnym. Przy zadanych wielkościach E_1 , E_2 i α budujemy trójkąt Ocb , na którego boku Ob kreślimy następnie trójkąt Oba , wiedząc, że:

$$ab : Oa = z \pi L : r.$$

Znając iloczyn ir , wyrażony wektorem Oa , łatwo obliczyć prąd.

CZEŚĆ IV.

Przemiany energii w obwodach prądu elektrycznego.

ROZDZIAŁ XV.

Uwagi ogólne, dotyczące przemian energii, jakie zachodzą w obwodzie prądu elektrycznego.

Gdy prąd elektryczny przebiega po obwodzie, wokoło tegoż zachodzą zawsze przemiany energii. Mianowicie energia w pewnej postaci znika, a powstaje w innej, lub też postać energii pozostaje bez zmiany, lecz energia znika w pewnym miejscu, a powstaje w innym.

Pomiędzy energją znikającą i energją powstającą prąd elektryczny odgrywa rolę pośrednika.

Mówimy zwykle, że energia, dopływająca z zewnątrz do obwodu i znikająca w nim, wytwarza pracę prądu elektrycznego. Skutkiem zaś tej pracy prądu powstają i wydzielają się na zewnątrz obwodu inne postacie energii.

Ze wszystkich przemian energii, zachodzących w obwodzie prądu elektrycznego, wyróżniamy ciepło Joule'a; ilość tego ciepła, proporcjonalna do drugiej potęgi siły prądu, jest niezależna od kierunku prądu elektrycznego. Wszystkie inne przemiany energii zmieniają swój znak przy zmianie kierunku prądu; gdy przy jednym kierunku prądu pewna energia jest pochłaniana, to przy odwrotnym kierunku prądu wydzielą się. Ilość energii wydzielona lub pochłonięta w przemianach energii tego rodzaju jest proporcjonalna do pierwszej potęgi siły prądu.

Jak wiemy z poprzednich rozdziałów, praca prądu w czasie dt , wytwarzająca ciepło Joule'a, wyraża się wzorem:

$$i_t^2 \cdot r \cdot dt,$$

gdzie i_t — siła prądu w chwili t , a r — opór omiczny obwodu.

Pracę zaś, wytwarzającą lub pochłaniającą energję w innych przypadkach przedstawiamy w postaci iloczynu:

$$\pm E_t \cdot i_t \cdot dt,$$

gdzie E_t — siła elektromotoryczna, i_t — siła prądu w chwili t .

Jeżeli zaś chodzi o pracę prądu, wykonaną w jakiegokolwiek części obwodu w czasie dt , to wyrażamy ją najczęściej wzorem:

$$e_t \cdot i_t \cdot dt,$$

gdzie e_t oznacza napięcie na końcach tej części obwodu w chwili t , a i_t — siłę prądu, jednakową na całej długości tej części obwodu.

Ogólny przypadek przemian energii, zachodzących w obwodzie prądu elektrycznego, przedstawić możemy w sposób następujący.

Weźmy na uwagę obwód (rys. 143), gdzie Z jest to źródło prądu, t. j. przyrząd, w którym energia w pewnej postaci wytwarza pracę prądu, O — odbieracz prądu, t. j. przyrząd, w którym skutkiem pracy prądu wytwarza się energia.

Niech będzie E_1 siła elektromotoryczna źródła prądu, E_2 — siła elektromotoryczna w odbieraczu, r_1 — opór wewnętrzny źródła prądu, r_2 — opór wewnętrzny odbieracza, R — opór przewodników, łączących odbieracz ze źródłem prądu, e_1 — napięcie na końcówkach źródła prądu a, b , e_2 — napięcie na końcówkach odbieracza c, d i wreszcie i — siła prądu.

Całkowitą moc prądu, wytworzoną w źródle, wyrażamy wzorem:

$$E_1 \cdot i.$$

Część tej mocy, z powodu oporu omicznego tego źródła, zamieni się na ciepło wewnątrz źródła prądu, a mianowicie:

$$i^2 \cdot r_1.$$

Do obwodu zewnętrznego względem źródła prądu przejdzie moc:

$$E_1 \cdot i - i^2 \cdot r_1.$$

Moc prądu w części obwodu $acdb$ może być wyrażona inaczej iloczynem:

$$e_1 \cdot i.$$

Tym sposobem:

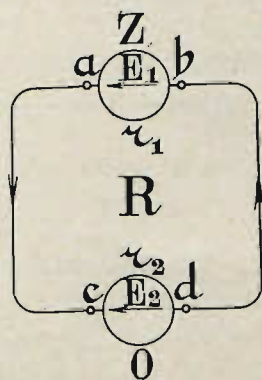
$$e_1 \cdot i = E_1 \cdot i - i^2 \cdot r_1.$$

Dzieląc równanie powyższe przez i , otrzymamy:

$$e_1 = E_1 - i \cdot r_1.$$

Iloczyn $i r_1$ nazywamy stratą napięcia wewnątrz źródła prądu. Wzór powyższy wskazuje, że napięcie na końcówkach źródła prądu jest zawsze o tę stratę napięcia mniejsze od siły elektromotorycznej tego źródła. Stąd wynika, że przy:

$$i = 0, \quad e_1 = E_1.$$



Rys. 143.

Moc prądu w obwodzie $acdb$ wytwarza w przewodnikach, łączących źródło prądu z odbieraczem, ciepło. Moc równoważną ilości ciepła, które wytwarza się w jednostce czasu, przedstawia wzór:

$$i^2 \cdot R.$$

Odbieracz otrzymuje tylko:

$$e_1 \cdot i - i^2 \cdot R = e_2 \cdot i.$$

Dzieląc zaś to równanie przez i , będziemy mieli:

$$e_1 - i \cdot R = e_2,$$

gdzie $i \cdot R$ stanowi tak zwany spadek napięcia w przewodach.

Oczywiście, gdy $i = 0$:

$$e_1 = e_2.$$

Z tej mocy prądu, która dostaje się do odbieracza, jeszcze część jej wytwarza ciepło w samym odbieraczu pod wpływem jego oporu omicznego r_2 . Reszta mocy:

$$e_2 \cdot i - i^2 \cdot r_2$$

wytwarza energję, której moc wyrażamy wzorem:

$$E_2 \cdot i,$$

więc:

$$E_2 \cdot i = e_2 \cdot i - i^2 \cdot r_2.$$

Dzieląc to równanie przez i , otrzymamy:

$$E_2 = e_2 - i \cdot r_2,$$

skąd:

$$e_2 = E_2 + i \cdot r_2.$$

Wzór ten wskazuje, że napięcie na końcówkach odbieracza jest większe od siły elektromotorycznej w odbieraczu o spadek napięcia $i \cdot r_2$ wewnątrz odbieracza.

Przy $i = 0$:

$$e_2 = E_2.$$

Zestawiając wszystkie poprzednie wzory przy $i = 0$, otrzymamy:

$$E_1 = e_1 = e_2 = E_2,$$

czyli:

$$E_1 = E_2.$$

Jeżeli w obwodzie zamkniętym (rys. 143) siły elektromotoryczne źródła prądu i odbieracza równoważą się, to prąd nie płynie.

Skoro zaś prąd zaczyna płynąć w kierunku siły elektromotorycznej E_1 , to z poprzednich równań łatwo zauważyć, że $E_1 > E_2$. Wtedy następują omawiane powyżej przemiany energii i wogóle ruch energii.

W przypadkach wyjątkowych odbieracze mogą nie posiadać siły elektromotorycznej, pozostaje w nich wtedy tylko opór omiczny r_2 i w takich odbieraczach wydzielac się może tylko ciepło lub takie postacie energii, które są w ścisłym związku z energją cieplną.

ROZDZIAŁ XVI.

Przemiany cieplne, zachodzące w obwodzie prądu elektrycznego.

1. **Ciepło Joule'a.** Pod wpływem prądu elektrycznego wszystkie przewodniki ogrzewają się nawet wtedy, gdy są wykonane z materiałów o najlepszym przewodnictwie i gdy pod każdym względem są jednorodne na całej długości.

Prawo Joule'a głosi, że ilość ciepła, powstająca w jednostce czasu w przewodniku, po którym przepływa prąd, jest proporcjonalna do drugiej potęgi prądu, tudzież do pewnej wielkości, która określa własność przewodników, zwanej oporem elektrycznym, ściślej — oporem omicznym.

Stosowany już tutaj wielokrotnie wzór pracy prądu, skutkiem której powstaje ciepło Joule'a, jest następujący:

$$i^2 \cdot r \cdot dt,$$

lub też, gdy siła prądu jest stała w ciągu czasu t :

$$i^2 \cdot r \cdot t.$$

Gdy prąd jest wyrażony w amperach, r — w omach, t — w sekundach, to pracę otrzymujemy w dżaulach; chcąc zaś wyrazić ilość otrzymanego ciepła w kalorjach gramowych, należy uwzględnić równoważnik mechaniczny ciepła. Mianowicie z jednego dżaula otrzymujemy 0,24 kalorji gramowych ciepła.

Oznaczając więc ilość ciepła w kalorjach gramowych przez Q , otrzymamy:

$$Q = 0,24 \cdot i^2 \cdot r \cdot t.$$

W praktyce elektrotechnicznej posiada jeszcze szczególne znaczenie wzór, dotyczący wzrostu temperatury w przewodniku pod wpływem omawianego wyżej ciepła.

Przewodnik, po którym przepływa prąd, przybiera po upływie pewnego czasu ¹⁾ temperaturę stałą, wyższą od otoczenia. W warunkach takiej równowagi cieplnej cała ilość ciepła, otrzymywana pod wpływem prądu w ciągu pewnego czasu, rozprasza się w tym samym czasie naokoło przewodnika.

Możemy ułożyć równanie, które określa, że ciepło, otrzymane w przewodniku skutkiem prądu elektrycznego, równa się ilości ciepła rozproszonego.

¹⁾ Teoretycznie, temperatura może być uważana za stałą po upływie czasu nieskończenie długiego, praktycznie jednak — po kilku minutach lub kilku godzinach, zależnie od różnych okoliczności.

Oznaczmy przez:

- θ_p — temperaturę przewodnika,
- θ_o — „ otoczenia,
- i — prąd,
- t — czas,
- r — opór omiczny przewodnika,
- ρ — opór właściwy przewodnika,
- l — długość przewodnika,
- q — przekrój przewodnika,
- u — obwód przekroju przewodnika.

Nadto przez h oznaczmy wielkość stałą, która jest zależna od własności powierzchni przewodnika i rodzaju otaczającego ośrodka. Załóżmy jednocześnie, że przewodnik traci ciepło przedewszystkim przez powierzchnię boczną i że wpływ końców przewodnika może być zupełnie pominięty.

Ilość ciepła, otrzymana przez przewodnik, wynosi:

$$i^2 \cdot r \cdot t = i^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{q} \cdot t.$$

Ilość zaś ciepła rozproszonego przyjmować będziemy za proporcjonalną do różnicy temperatur przewodnika i otoczenia, do powierzchni bocznej przewodnika i do czasu; otrzymamy wtedy wyrażenie następujące:

$$h \cdot (\theta_p - \theta_o) \cdot u \cdot l \cdot t.$$

Więc:

$$h (\theta_p - \theta_o) \cdot u \cdot l \cdot t = i^2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{q} \cdot t,$$

skąd:

$$\theta_p - \theta_o = \frac{1}{h} \cdot \frac{i^2 \cdot \rho}{u \cdot q}.$$

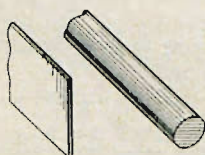
Wzór ten wskazuje, że różnica temperatur przewodnika i otoczenia nie zależy od długości przewodnika, a nadto, co najważniejsza, że nie będzie ona jednakowa dla różnych materiałów, jest bowiem proporcjonalna do oporu właściwego przewodnika.

Oprócz tego ważną jest rzeczą zwrócić uwagę na mianownik, w którym mamy iloczyn z obwodu przekroju przez pole przekroju przewodnika.

Jak wiadomo, druty o jednakowym polu przekroju mogą mieć różne obwody przekroju, a to zależy od kształtu przekroju.

Najkrótszy obwód, ze wszystkich figur geometrycznych przy stałym polu, posiada koło. Natomiast bardzo długi obwód przy tem samym polu będzie miał prostokąt wydłużony (rys. 144).

Z wyrażenia nadwyżki temperatury przewodnika względem otoczenia wynika, że przewodnik o przekroju kołowym ogrzeje się do temperatury wyższej niż przewodnik o przekroju prostokątnym, przy tym samym polu przekroju.



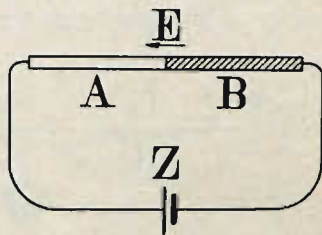
Rys. 144.

2. Ciepło Peltier'a. Zupełnie innego rodzaju przemiany cieplne wykryte zostały przez Peltier'a.

Jeżeli przez miejsce spojenia dwóch różnych ¹⁾ przewodników *A* i *B* (rys. 145) przepuszczamy będziemy prąd elektryczny ze źródła *Z*, to zależnie od tego, w którą stronę popłynie prąd przez miejsce spojenia tych przewodników, w tym miejscu temperatura obniża się albo wzrasta.

W pierwszym przypadku ciepło jest oczywiście pochłaniane, w drugim zaś wydzielane.

Zjawisko to odbywa się tylko w miejscu zetknięcia dwóch przewodników, przeto twierdzimy, że w tym miejscu jawia się siła elektromotoryczna E , która działa w pewnym kierunku, np. od *B* do *A*, i zależnie od tego, czy prąd elektryczny jest zgodny, co do kierunku, z tą siłą elektromotoryczną, czy też skierowany jest względem niej odwrotnie, otrzymujemy dwa rodzaje przemian cieplnych.



Rys. 145.

Jeżeli kierunek prądu i jest zgodny z siłą elektromotoryczną, to moc prądu Ei wytwarza się kosztem ciepła, pochłanianego w miejscu zetknięcia przewodników. Jeżeli natomiast prąd płynie wbrew tej sile elektromotorycznej, to $-Ei$ wyraża moc prądu, wytwarzającą ciepło w miejscu zetknięcia przewodników.

Wymierzając siłę prądu i i ilość otrzymanego ciepła, łatwo obliczyć wielkość siły elektromotorycznej.

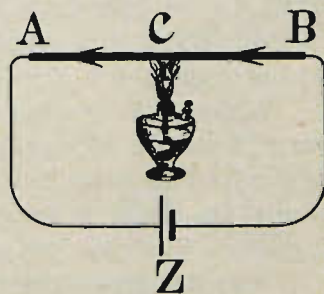
Doświadczenia wykazały, że wielkość i kierunek tej siły elektromotorycznej zależy od własności chemicznych i fizycznych przewodników *A* i *B*. Dla tych ciał, nad którymi wykonano dotychczas doświadczenia, wielkość tej siły elektromotorycznej jest bardzo mała. Wynosi ona zaledwie tysięczne części wolta. Przy zetknięciu np. miedzi z żelazem przy 0° powstaje siła elektromotoryczna, wynosząca około 0,00288 wolta.

3. Ciepło Thomsona. ²⁾ Istnieje jeszcze inny rodzaj zjawisk cieplnych, wykryty przez Thomsona.

Przewodnik *AB* (rys. 146), wykonany na całej swej długości z jednego metalu, jest zupełnie jednorodny. Przepuszczamy przez niego prąd, a jednocześnie ogrzewamy go pośrodku za pomocą płomienia (rys. 146).

Doświadczenie wykazało, że rozkład temperatur pod wpływem prądu staje się niesymetryczny. Zależnie od rodzaju metali, ciepło przenosi się z prądem lub przeciwko prądowi.

W tych warunkach jedna połowa przewodnika staje się cieplejszą od drugiej. Na podstawie przyję-



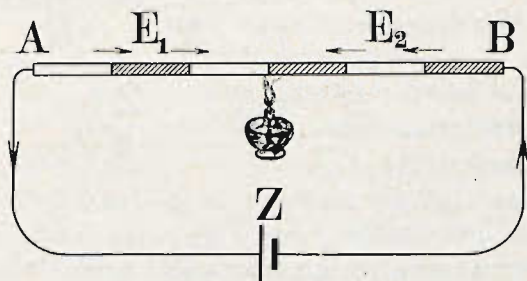
Rys. 146.

¹⁾ Różnica pomiędzy dwoma przewodnikami *A* i *B* może zachodzić pod względem chemicznym lub fizycznym, a więc mogą to być ciała nawet o tym samym składzie chemicznym, ale o różnych własnościach fizycznych.

²⁾ W. Thomson posiada tytuł lorda Kelvina i często zamiast nazwiska używał tego tytułu.

tego wyobrażenia o siłach elektromotorycznych zjawisko to wytłomaczyć sobie możemy w sposób następujący.

Przewodnik AB , ogrzewany w środku, ma w tym miejscu temperaturę oczywiście najwyższą, na prawo zaś i na lewo od środka temperatury są coraz niższe; możemy więc sobie przedstawić, że cały ten przewodnik składa się z szeregu odcinków o temperaturach coraz niższych z jednej i z drugiej strony. Na rys. 147



Rys. 147

uzmysłowiony jest układ takich odcinków przewodnika. Różnica temperatur dwóch odcinków stanowi różnicę ich własności fizycznych, wystarczającą, aby w miejscu zetknięcia tych odcinków powstała siła elektromotoryczna w pewnym określonym kierunku, np. od odcinka zimniejszego do cieplejszego. W tych warunkach rozkład wspomnianych sił elek-

tromotorycznych będzie taki, jak wskazano na rys. 147. Oczywiście, pamiętać przytem należy, że odcinki są w rzeczywistości nieskończenie małe i także są też siły elektromotoryczne, istniejące pomiędzy nimi; ponieważ jednak takich sił elektromotorycznych, działających w jedną stronę, będzie nieskończenie wiele, przeto siły elektromotoryczne wypadkowe będą wielkościami skończonemi.

Prąd elektryczny, płynący od B do A , wywoła oczywiście pochłanianie ciepła z prawej strony, a powstawanie ciepła w stronie lewej. Moc równoważna ilości ciepła, pochłanianej w jednostce czasu, będzie:

$$E_2 \cdot i,$$

a moc prądu równoważna ilości ciepła, powstającej w jednostce czasu, będzie:

$$E_1 \cdot i.$$

W różnych metalach kierunek sił elektromotorycznych E_1 i E_2 bywa rozmaity. W jednych siły elektromotoryczne skierowane są od części cieplejszych metalu do chłodniejszych, w innych zaś od chłodniejszych do cieplejszych.

W pierwszym przypadku ciepło przenosi się w kierunku odwrotnym do prądu, a w drugim — w kierunku zgodnym z kierunkiem prądu.

Własność, rozważaną powyżej, posiadają różne metale w stopniu różnym. Od różniamy metale, wykazujące własność tę jako dodatnią, np. żelazo, w którym ciepło przenosi się w kierunku prądu elektrycznego, i metale, wykazujące własność ujemną, np. miedź, w której ciepło przenosi się w kierunku odwrotnym do kierunku prądu. W ołowiu siły elektromotoryczne Thomsona prawie nie istnieją.

Wielkość rozważanych sił elektromotorycznych zależy od spadku temperatury wzdłuż przewodnika i od wartości bezwzględnej tych temperatur.

4. Prawo Volty. Siły elektromotoryczne, występujące w zjawiskach Peltier'a i Thomsona, mogą wywołać w pewnych warunkach prąd elektryczny. Przede-

wszystkiem rozważymy te przypadki, kiedy tych sił elektromotorycznych niema lub też są one w równowadze.

W obwodzie, utworzonym z dwóch przewodników *A* i *B* (rys. 148) przy temperaturze jednakowej w całym obwodzie, dwie siły elektromotoryczne czynne w miejscach spojenia przewodników znoszą się wzajemnie, więc pod ich wpływem prąd w takim obwodzie powstać nie może.

Jeżeli mamy cały szereg różnorodnych przewodników, ułożonych w obwód zamknięty (rys. 149) i w żadnym spojeniu nie odbywają się przemiany chemiczne z powodu oddziaływania jednego przewodnika na drugi, to przy jednakowej temperaturze w całym obwodzie, pod wpływem sił elektromotorycznych w spojeniach, prąd elektryczny powstać nie może, ponieważ siły elektromotoryczne znoszą się wzajemnie. O prawdziwości tego twierdzenia przekonywa nas doświadczenie.

Prawo to ma największe znaczenie praktyczne dla metali i znane jest w nauce pod nazwą prawa Volty. Krócej to prawo wypowiedzieć można w sposób następujący: w obwodzie zamkniętym, utworzonym z różnych metali o temperaturach jednakowych, suma algebraiczna sił elektromotorycznych, działających w miejscach zetknięcia metali, równa się zeru.

Omawiane prawo można rozważać jako wynik prostszego twierdzenia, polegającego na tem, że siła elektromotoryczna, powstająca przy zetknięciu dwóch przewodników, równa się sumie algebraicznej sił elektromotorycznych, działających przy zetknięciu tych przewodników z trzecim.

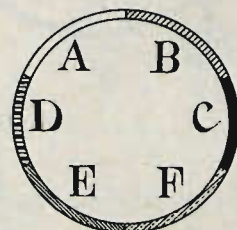
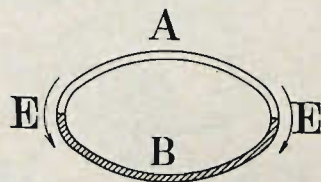
Jeśli np. w miejscu zetknięcia przewodników *A* i *B* działa siła elektromotoryczna *E* (rys. 150), to, umieszczając pomiędzy *A* i *B* trzeci przewodnik *C* (rys. 151), otrzymamy nowe siły elektromotoryczne *E*₁ i *E*₂, których suma *E*₁ + *E*₂ równa się *E*.

Wychodząc z tego prawa, opartego na doświadczeniu, łatwo dowieść ogólnego prawa Volty.

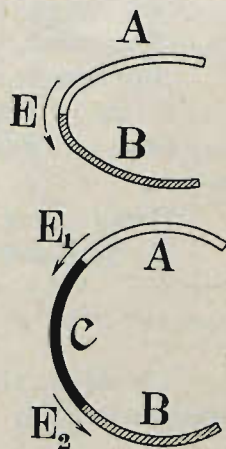
Dla obwodu, składającego się z dwóch metali (rys. 148), mamy oczywisty wyraz:

$$E - E = 0.$$

Dodając kolejno w spojeniach nowe metale, przez rozłączenie spojeń i wstawianie odpowiednich kawałków innych metali, otrzymamy obwód, składający się z dowolnej liczby metali, jak pokazany np. na rys. 149. Przy umieszczaniu nowych metali otrzymywać będziemy w powyższym równaniu nowe siły elektromotoryczne, których suma algebraiczna zawsze równać się będzie zeru.



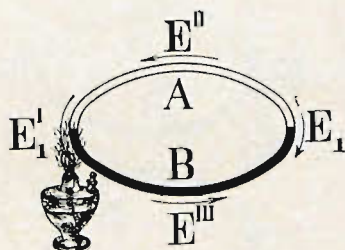
Rys 148 i 149.



Rys. 150 i 151.

5. Prąd termoelektryczny. Wszystkie omawiane w § 4 obwody rozważaliśmy przy temperaturze jednakowej wokoło całego obwodu.

Weźmy teraz inny przypadek, gdy w obwodzie, składającym się z dwóch metali, jedno spojenie jest ogrzewane, skutkiem czego temperatury spoięń są różne (rys. 152). Wtedy siły elektromotoryczne w spoięniach będą różne E_1' i E_1 ,



Rys. 152.

a nadto wzdłuż metali A i B , z powodu różnicy temperatur na końcach tych metali, powstaną siły elektromotoryczne Thomsona.

W tych warunkach suma algebraiczna sił elektromotorycznych w obwodzie zamkniętym nie równa się zero. W obwodzie powstanie prąd w kierunku siły elektromotorycznej wypadkowej.¹⁾ Prąd taki nazywamy prądem termoelektrycznym, a siłę elektromotoryczną wypadkową—siłą termoelektromotoryczną pary metali A i B przy danej różnicy temperatur spoięń.

Stosownie do oznaczeń na rys 152, siła termoelektromotoryczna będzie:

$$E = E_1' - E_1 + E'' + E'''.$$

Wielkość siły termoelektromotorycznej zależy, jak wskazuje doświadczenie, przedewszystkiem od rodzaju metali, a następnie od wysokości temperatur spoięń. Dla danego układu metali, według przyjętej obecnie teorii zjawisk termoelektrycznych, wielkość sił elektromotorycznych Thomsona E'' i E''' zależy tylko od temperatur końców przewodników, w których te siły elektromotoryczne powstają, i nie zależy od rozkładu temperatury wzdłuż przewodnika. Siły elektromotoryczne Peltier'a E_1' i E_1 zależą tylko od temperatur spoięń. Suma więc algebraiczna powyższych sił elektromotorycznych, wyrażająca siłę termoelektromotoryczną układu danych metali, zależy tylko od temperatur spoięń metali.

Siły termoelektromotoryczne podlegają trzem prawom zasadniczym.

Prawo I. Siła termoelektromotoryczna nie zmienia się, gdy w miejscu spoięcia pary metali umieścimy trzeci metal, którego temperatura równa się temperaturze tego spoięcia.

Prawo to można wyprowadzić drogą następującego rozumowania.

Dla pary termoelektrycznej AB (rys. 153) otrzymamy siłę termoelektromotoryczną E_I , która, przy zastosowaniu oznaczeń wskazanych na rysunku, wyrazi się wzorem:

$$E_I = E_1' - E_1 + E'' + E''' \quad (1)$$

Dla układu, złożonego z trzech metali ABC (rys. 154), wypadkowa siła termoelektromotoryczna E_{II} , jak widać z rysunku, będzie:

$$E_{II} = E_1' - E_2 - E_3 + E'' + E''' \quad (2)$$

¹⁾ Zjawisko to pierwszy spostrzegł Seebeck, stosując bismut i miedź. Przy omawianiu zjawisk tego rodzaju zwykle mówimy o metalach, ponieważ większa część doświadczeń była wykonywana z metalami. Odbývają się jednak takie same zjawiska przy zastosowaniu innych przewodników, nie oddziaływających na siebie chemicznie. Np. różne minerały posiadają ciekawe własności termoelektryczne.

Dla układu (rys. 155), złożonego z tych samych trzech metali, lecz przy jednakowej temperaturze t_2 wszystkich spójń siły elektromotoryczne będą w równowadze:

$$E_1 - E_2 - E_3 = 0,$$

zatem:

$$E_1 = E_2 + E_3,$$

a na podstawie tej zależności, porównyując równania (1) i (2) widzimy, że:

$$E_I = E_{II}.$$

Prawo II. Siła termoelektromotoryczna pary metali A, B , równa się różnicy sił elektromotorycznych par metali A, C i B, C przy tych samych temperaturach spójń, jakie miała para A, B .

Siłę termoelektromotoryczną pary A, C oznaczmy przez E_{III} . Z rysunku 156 widzimy, że:

$$E_{III} = E_2' - E_2 + E'' + E^{IV}.$$

Siłę termoelektromotoryczną pary B, C oznaczmy przez E_{IV} . Z rysunku 157 widzimy, że:

$$E_{IV} = E_3' - E_3 - E''' + E^{IV}.$$

Dla obwodu, składającego się z trzech metali A, B, C przy jednakowej temperaturze wszystkich spójń t_1 , mamy: (rys. 158).

$$E_1' + E_3' - E_2' = 0.$$

Dla takiegoż obwodu przy temperaturze t_2 (rys. 159):

$$E_1 + E_3 - E_2 = 0.$$

Z tych czterech równań znajdujemy:

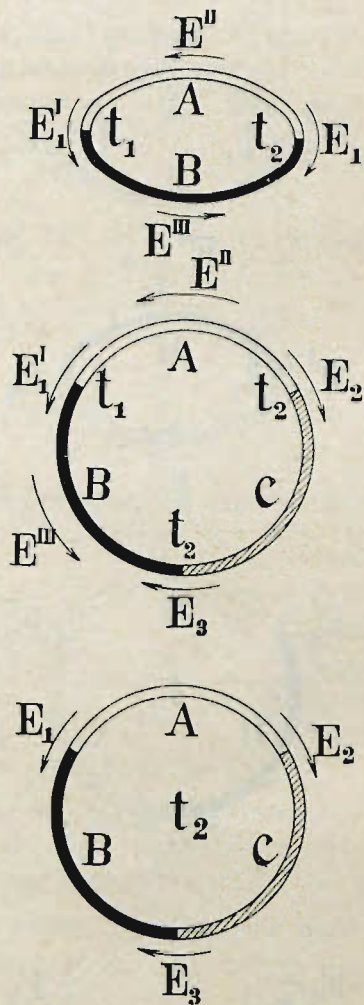
$$E_{III} - E_{IV} = E_2' - E_3' - E_2 + E_3 + E'' + E''' = E_1' - E_1 + E'' + E''',$$

a więc, mając na uwadze rys. 153, otrzymamy:

$$E_{III} - E_{IV} = E_I,$$

gdzie E_I oznacza siłę termoelektromotoryczną pary metali A, B .

Prawo III. Siła termoelektromotoryczna pary metali przy temperaturach spójń t_1, t_2 równa się sumie sił termoelektromotorycznych tej samej pary metali przy temperaturach t_1, t' i t', t_2 .



Rys. 153, 154 i 155.

Wynika to z następującego rozumowania: Siłę termoelektromotoryczną pary A, B przy temperaturach t_1, t' oznaczmy przez E_V . Z rysunku 160 otrzymamy:

$$E_V = E_1' - E_1'' + E^{IV} + E^V.$$

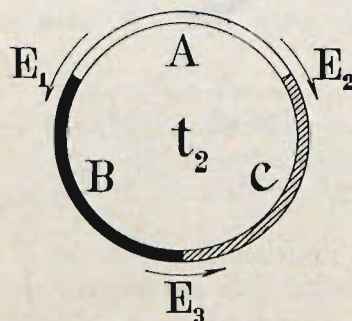
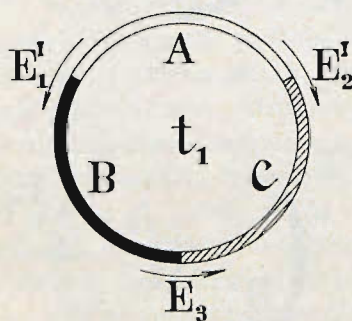
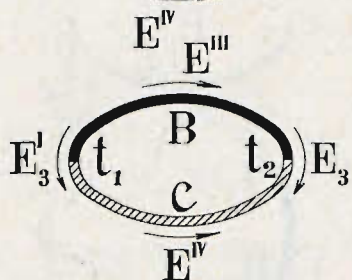
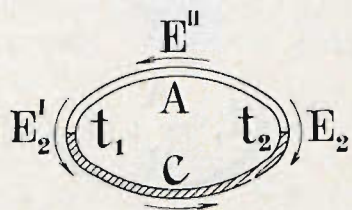
Siłę termoelektromotoryczną pary A, B przy temperaturach t' i t_2 oznaczmy przez E_{VI} . Z rysunku 161 widzimy, że:

$$E_{VI} = E_1'' - E_1 + E^{VI} + E^{VII}.$$

Dodając te dwa równania, otrzymamy:

$$E_V + E_{VI} = E_1' - E_1 + E^{IV} + E^V + E^{VI} + E^{VII}.$$

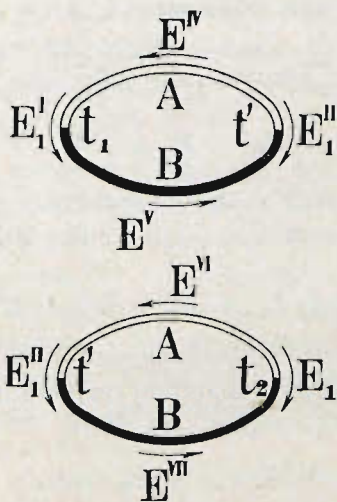
Siły elektromotoryczne Thomsona na przewodnikach między temperaturami t_1 i t_2 równe



Rys. 156, 157, 158 i 159.

Jest to właśnie siła termoelektromotoryczna pary A, B przy różnicy temperatur t_1 i t_2 .

Pierwsze i trzecie prawo zostało stwierdzone doświadczalnie przez Becquerela.



Rys. 160 i 161.

są odpowiednim sumom sił elektromotorycznych na tych samych przewodnikach pomiędzy temperaturami: t_1, t' i t', t_2 .

Stosując przeto oznaczenia, wskazane na rys. 153, 160 i 161, otrzymamy:

$$E'' = E^{IV} + E^{VI}, \text{ a } E''' = E^V + E^{VII}.$$

Wtedy, mając na uwadze rys. 153, będzie:

$$E_V + E_{VI} = E_1.$$

Zależność wielkości siły termoelektromotorycznej od różnicy temperatur nie daje się wyrazić za pomocą jednego wzoru dla wszystkich par termoelektrycznych przy dowolnych temperaturach.

Dla par termoelektromotorycznych (Cu, Bi), (Ag, Cu), (Au, Cu) i (Pt, Fe) można przyjąć w dość szerokich granicach, że siła termoelektromotoryczna — E zmienia się proporcjonalnie do różnicy temperatur spójen ($t_2 - t_1$). Jeżeli więc przez k oznaczmy stały współczynnik, to:

$$E = k \cdot (t_2 - t_1).$$

Dla par termoelektromotorycznych (Ag, Fe), (Ag, Zn), (Cu, Fe) i (Pt, Pb) będzie według Avenariususa:

$$E = k_1 \cdot (t_2 - t_1) \pm k_2 \cdot (t_2^2 - t_1^2), ^1)$$

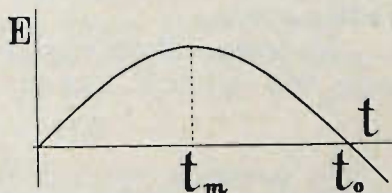
gdzie k_1 i k_2 są to współczynniki stałe.

Zakładając $t_1 = 0^0$, otrzymamy:

$$E = k_1 \cdot t_2 \pm k_2 \cdot t_2^2.$$

W tym przypadku zależność siły termoelektromotorycznej od temperatury spójenia sąsiedniego, gdy pierwsze jest utrzymywane stałe przy temperaturze 0^0 , wyraża się parabolą.

Na rys. 162 mamy właśnie taką parabolę, nakreśloną przy założeniu, że przed k_2 stoi znak minus. Widzimy wówczas, że przy temperaturze t_m siła termoelektromotoryczna osiąga maximum, a przy t_0 równa się zero i następnie zmienia znak; wtedy prąd termoelektryczny zaczyna płynąć w stronę odwrotną.



Rys. 162.

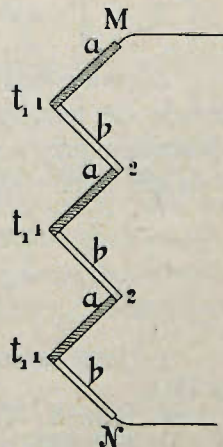
Dla pary np. Ag, Fe temperatura t_m wynosi, według Avenariususa, 223^0 .

6. Termoogniwa i termobaterje. W praktyce największe znaczenie mają pary termoelektryczne w przyrządach do mierzenia temperatury.

Wtedy najodpowiedniejsze są takie pary, w których siła termoelektromotoryczna jest możliwie dokładnie proporcjonalna do różnicy temperatur spójen.

W baterjach termoelektrycznych, które niekiedy służą za źródła prądu, chodzi przedewszystkim o to, aby mieć jak największą siłę termoelektromotoryczną, a nadto także trwałe spójenia.

Połączenie poszczególnych par w termobaterjach wykonuje się tak, jak to wskazuje rys. 163, gdzie a, a, \dots są kawałki jednego metalu, a b, b, \dots kawałki drugiego, M i N końcówki termobaterji.



Rys. 163.

¹⁾ Dla jednych par znak (+), dla innych (—).

Spojenia 1, 1, . . . ogrzewamy, a 2, 2, . . . oziębamy, wtedy na końcówkach MN otrzymujemy napięcie równe sumie sił termoelektromotorycznych poszczególnych par.

W celu wskazania, jak wielkie są siły termoelektromotoryczne, podaję kilka liczb, otrzymanych za pomocą dokładnych pomiarów. ¹⁾

Według W. Jaegera i Diesselhorsta siła termoelektromotoryczna różnych metali przy spojeniu z platyną wynosi E , gdy jedno spojenie znajduje się przy temperaturze 0°C ., a drugie przy $+100^{\circ}\text{C}$. Za dodatnią przyjmujemy siłę elektromotoryczną, skierowaną od danego metalu do platyny w spojeniu, którego temperatura wynosi 0° .

Wartości wielkości E w miliwoltach ²⁾ podane są w następującej tablicy:

Metal	Au	Ag	Cu	Pd	Zn	Sn	Al	Cd	Ni	Fe	Pb
E	+0,72	+0,71	+0,72	-0,56	+0,75	+0,42	+0,38	+0,85	-1,62	+1,45	+0,41

Na podstawie tej tablicy, korzystając z drugiego prawa, dotyczącego sił termoelektromotorycznych, łatwo obliczyć siłę termoelektromotoryczną innych par, np. miedzi z niklem.

Siła termoelektromotoryczna pary — miedź z niklem — przy temperaturach spojeń 0° i $+100^{\circ}\text{C}$. wynosi:

$$0,72 - (-1,62) = 2,34 \text{ miliwolt.}$$

Do pomiarów wysokich temperatur często stosuje się para, składająca się z platyny i stopu platyny z rodem (90% Pt i 10% Rh). Według Holborna i Valentinera, jeżeli jedno spojenie takiej pary ma temperaturę 0° , a drugie znajduje się w temperaturze t° , to siła termoelektromotoryczna wynosi: E .

Wartości dla E w miliwoltach podane są w tablicy:

t	100°	300°	500°	700°	900°	1100°	1300°	1500°
E	0,6	2,25	4,13	6,17	8,34	10,62	13,0	15,3

Do mierzenia niskich temperatur w granicach od -200° do $+800^{\circ}$ zwykle stosuje się termopara: miedź, konstantan ³⁾ lub żelazo, konstantan. Para miedź, konstantan przy temperaturze pokojowej, na 1°C . różnicy temperatur spojeń posiada siłę termoelektromotoryczną 37 mikrowoltów. ⁴⁾

¹⁾ Liczby zaczerpnięte z niemieckiego Kalendarza dla elekrotechników Uppenborna na rok 1914.

²⁾ Miliwolt — tysięczna część wolta.

³⁾ Konstantan jest to stop 60% Cu z 40% Ni.

⁴⁾ Mikrowolt — milionowa część wolta.